

Berechnung elektrischer Felder und Potentialfunktionen

Aufgabe 1

Der Ausdruck für die Potentialfunktion einer Punktladung lautet:

$$\varphi(\mathbf{r}) = \frac{Q}{4\pi\epsilon |\mathbf{r} - \mathbf{r}_q|}$$

- 1.1** Ermitteln Sie mit Hilfe dieses Ausdrucks die Potentialfunktion einer Linienladung endlicher Länge mit gleichförmiger Linienladungsdichte ρ_L in kartesischen Koordinaten und Zylinderkoordinaten. Die Linienladung befinde sich auf der z-Achse und erstrecke sich von z_1 bis z_2 . Randverzerrungen sind vernachlässigbar!
- 1.2.1** Man denke sich einen Hohlzylinder mit der Länge L und dem Radius a , dessen Mittelachse mit der z-Achse zusammenfalle (Anfang des Zylinders bei $z = z_1$, Ende des Zylinders bei $z = z_2$, $z_2 - z_1 = L$). Auf der Zylinderoberfläche finde man die homogen verteilte Flächenladungsdichte ρ_A vor. Ermitteln Sie mit Hilfe des obigen Ausdrucks die Potentialfunktion entlang der z-Achse.
- 1.2.2** Der gedachte Zylinder aus 1.2.1 sei nun mit der homogen verteilten Raumladungsdichte ρ_V gefüllt. Ermitteln Sie wiederum mit Hilfe des obigen Ausdrucks die Potentialfunktion entlang der z-Achse.

Aufgabe 2

Gegeben sei eine Kreisscheibe in der x-y-Ebene mit dem Radius a , die die homogene Flächenladungsdichte ρ_A trägt und deren Zentrum im Ursprung liegt. Ermitteln Sie die Potentialfunktion sowie das elektrische Feld jeweils entlang der z-Achse.

Aufgabe 3

Gegeben ist eine ringförmige Linienladung gemäß Bild 3.1, die homogen mit der Linienladungsdichte ρ_L (Ringladung) belegt ist.

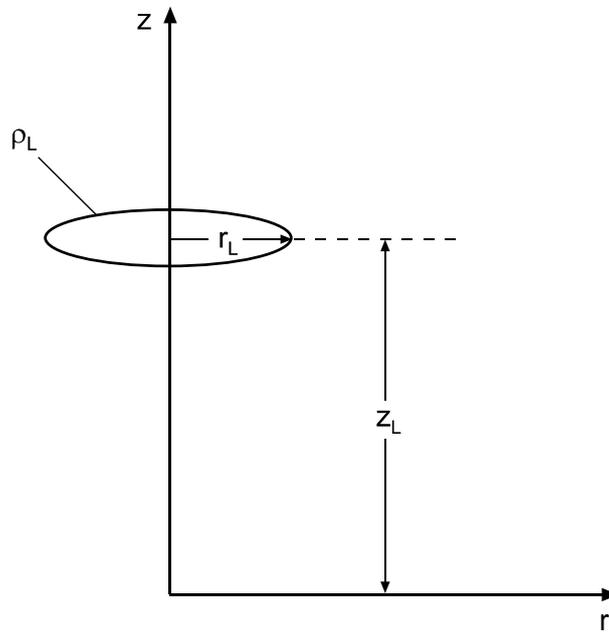


Bild 3.1: Ringladung

- 3.1** Berechnen und skizzieren Sie den Verlauf des Potentials sowie der elektrischen Feldstärke entlang der z-Achse.

Hinweis: Wählen Sie für die Skizze $r_L = 2$ und $z_L = 3$ sowie für den Term $\frac{\rho_L}{2\epsilon} = 5$.

- 3.2** Begründen Sie, weshalb die elektrische Feldstärke auf der z-Achse nur eine Komponente in z-Richtung besitzt.
- 3.3** Leiten Sie einen Ausdruck für das Potential in einem beliebigen Punkt des Feldraums ab.

Aufgabe 4

Das elektrische Feld einer Stabelektrode kann in grober Näherung durch eine Ladungskonfiguration gemäß Bild 4.1 nachgebildet werden.

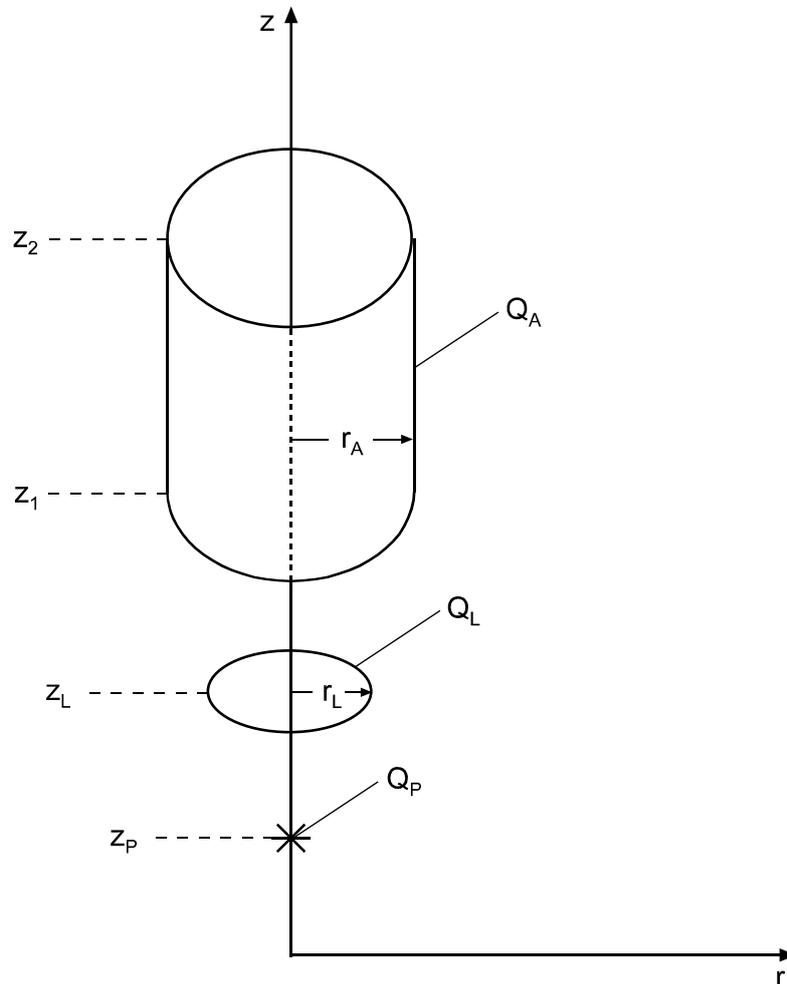


Bild 4.1: Ladungskonfiguration aus Punkt-, Ring- und Flächenladung

Die Flächenladung Q_A wird durch den Radius r_A und die z-Koordinaten z_1 und z_2 des unteren bzw. oberen Zylinderrandes beschrieben, die Ringladung Q_L durch den Kreisradius r_L und die z-Koordinate des Kreismittelpunkts z_L und die Punktladung Q_P auf der z-Achse durch ihre z-Koordinate z_P .

Berechnen Sie den Verlauf der Feldstärke längs der z-Achse.

Aufgabe 5

- 5.1** Man betrachte eine in der x - y -Ebene liegende sehr weit ausgedehnte Metallplatte. Es könnte sich dabei z. B. um die geerdete Schirmwand einer Hochspannungsversuchshalle handeln. Im Abstand d zu dieser Wand liege die Punktladung $+Q$.
Ermitteln Sie den Ausdruck für die Potentialfunktion sowie das elektrische Feld mit Hilfe der Spiegelungsmethode.
Zeichnen Sie das elektrische Feldlinienbild.
- 5.2** Man betrachte nun zusätzlich zu der ebenen Metallplatte und der Punktladung aus 5.1 eine im Abstand $2d$ parallele Metallplatte (z. B. gegenüberliegende Schirmwand).
Ermitteln Sie nun mit Hilfe der Spiegelungsmethode den Ausdruck für das Potential.

Aufgabe 6

Man betrachte zwei geerdete Metallplatten in der x - z - bzw. y - z -Ebene. Eine Punktladung $+Q$ sei am Ort $(x = a, y = b, z = 0)$ plaziert.
Ermitteln Sie mit der Spiegelungsmethode den Ausdruck für das Potential.

Aufgabe 7

In der y - z -Ebene liege eine geerdete Metallplatte. Parallel zu dieser Metallplatte liege an der Stelle $x = a/2$, $y = 0$ eine in z -Richtung unendlich ausgedehnte Linienladungsdichte ρ_L .
Wie lautet der Ausdruck für das Potential in der x - y -Ebene?

Aufgabe 8

Parallel zu einem in z -Richtung unendlich ausgedehnten, metallischen Zylinder mit dem Radius r_0 verlaufe eine ebenfalls unendlich lange Linienladung mit gleichförmiger Linienladungsdichte ρ_L . Der Abstand von der Zylindermittelachse sei d .
Ermitteln Sie mit Hilfe der Spiegelungsmethode den Ausdruck für das Potential.

Aufgabe 9

Ein in z -Richtung unendlich langer Leiter mit dem Radius r_0 sei in der Höhe h über dem Erdboden angeordnet (einphasiger Leiter über Erdboden). Das Potential des Erdbodens sei Bezugspotential. Die Leitung befinde sich auf dem Potential U .
Ermitteln Sie den Kapazitätsbelag der Anordnung.